



Original: <http://jrmf.org/problems/DivisorGame.pdf>

Traducido por: Javier Ronquillo

El Juego de Divisores

Para jugar el juego de divisores, escoge un número N y todos sus posibles divisores positivos (incluyendo 1 y N). Dos jugadores toman turnos para tachar números de la lista. Cada vez que un jugador tacha un número de la lista, ese jugador también debe tachar todos sus divisores de la lista. El jugador que tache el número N pierde el juego. Comienza jugando en los tableros dados abajo para valores de N de 1 hasta 10. Presta atención en cómo los divisores están colocados para que el juego sea más fácil de llevar a cabo. Para valores más grandes de N como 360 puede ser más difícil dibujar el tablero de una forma conveniente.

1. Para números N del 1 al 10, si se tiene una buena estrategia ¿Qué jugador tiene la ventaja, el que hace la primera movida o el que va de segundo?
2. Agrega tableros dibujados de manera similar para $N = 11, 12, \dots, 20$ en tu hoja, y encuentra cuál es la mejor estrategia para ganar. ¿Quién tiene la ventaja, el jugador que hace la primera movida o el que va segundo?
3. ¿Quién tiene una estrategia ganadora (una táctica para ganar siempre), cuando N es una potencia de un número primo¹ (como por ejemplo $5^2 = 25$, $2^5 = 32$)? ¿Depende del número primo, del exponente, de ambos, o de ninguno?
4. ¿Quién tiene una estrategia ganadora si N es el producto de dos números primos distintos? (por ejemplo $2 \times 3 = 6$ o $3 \times 7 = 21$).
5. ¿Por qué no es importante cuáles sean los dos primos que se escojan en el problema anterior?
6. Para hacer tus respuesta en las preguntas anteriores más precisas, decimos que un jugador tiene una “estrategia ganadora” si el jugador puede garantizarse la victoria antes de que el juego comience. Suponiendo que los dos jugadores son inteligentes, buenos para jugar y están tratando de ganar, se puede explicar o demostrar por qué uno de los dos jugadores tiene una forma ganar. Es decir, que tan pronto como se escoja N el resultado de un juego entre expertos ya es conocido, sin necesidad que el juego comience.

¹ Un número primo P es un número entero que tiene exactamente dos divisores positivos que son 1 y P . Por ejemplo 5 es un número primo, porque sus únicos divisores son 1 y 5. El número 10, no es un número primo porque tiene cuatro divisores: 1, 2, 5, 10.



7. Explica por qué lo único que afecta quién ganará el juego cuando N es el producto de potencias de dos números primos son los exponentes de dichos números primos en la factorización de N , sin importar cuales sean los números primos que estén en dicha factorización.
8. ¿Qué jugador tiene una estrategia ganadora cuándo N es un producto de primos distintos? Ya conoces la respuesta a esta pregunta cuando N es el producto de uno y dos primos, ahora necesitas investigar lo que pasa con productos de tres o más primos distintos.
9. ¿Cómo se puede determinar al ganador en general? ¿Puedes describir un patrón que dependa de N y decir qué jugador tiene una estrategia ganadora (si es que existe)?

circulosmatematicos.org

Cortesía de Julia Robinson Mathematics Festival

